

磁螺度为什么需要被规范?

陈俊

School of Astronomy and Space Science, Nanjing University

e12718chenjun@nju.edu.cn

2023 年 3 月 27 日

由于磁场无源

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

磁场 \mathbf{B} 的矢势 \mathbf{A} 满足这样的关系

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2)$$

但此式可以差任意一个标势的梯度 $\nabla\phi$, 即 $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla\phi$, 仍可满足上式。进而磁螺度

$$H = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} dV \quad (3)$$

也需要被规范。 H 由不同规范带来的差异部分来自

$$\begin{aligned} \Delta H &= \int_V \nabla\phi \cdot \mathbf{B} dV \\ &= \int_V (\nabla \cdot (\phi \mathbf{B}) - \phi \nabla \cdot \mathbf{B}) dV \\ &= \int_{\partial V} \phi \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 ∂V 为 V 的边界。可以想象, 若 V 为一根完整的磁流管, ∂V 上, $\mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$, 就有 $\Delta H = 0$, 任意规范下的 H 都是一样的。但 ∂V 上有磁通出入就有了差异。

磁螺度表征的是磁场的缠绕特性, 是拓扑量, 闭合磁力线缠绕数本身不应该受规范影响。但不闭合的边界上计量两根磁力线缠绕数目却与规范有关, 所以真正的差别来自于不闭合磁流管的边界。